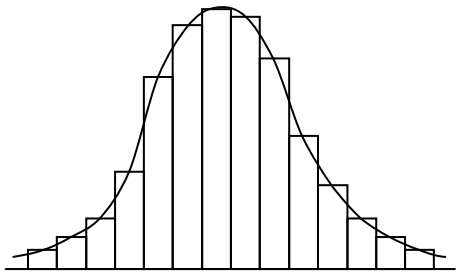
3-5 信賴區間與信心水準

1 次數分布曲線圖

抽樣數值資料夠多時, 將直方圖中各長條頂端的中點用平滑曲線相連, 形成次數分布曲線圖.



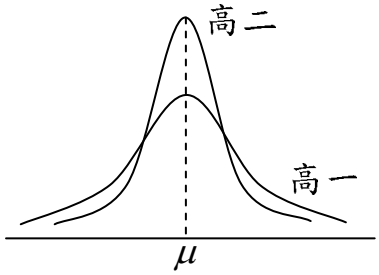
(1) 眾數: 曲線最高點在 $x=$ 眾數上.

(2) 中位數: 曲線下面積被 $x=Me$ (中位數)平分.

(3) 平均數: 曲線下面積的重心在 $x=\mu$ 上.

1. 右圖是某高中的高一與高二體重分布曲線圖, 已知兩曲線都對稱於直線 $x=\mu$, 請比較各數的大小.

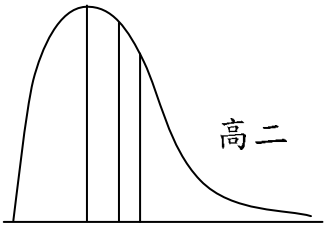
   (1) 算術平均數,　　(2) 標準差.

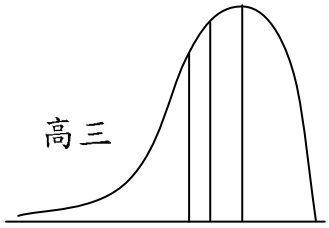


解: (1) 算術平均數相同.

(2) 高二的標準差 < 高一的標準差.

2. 下圖是某高中的高二與高三體重分布曲線圖, 其中鉛直線代表眾數, 中位數與算術平均數的相對位置, 請比較三個數的大小.





解: 高二：眾數 < 中位數 < 算術平均數,

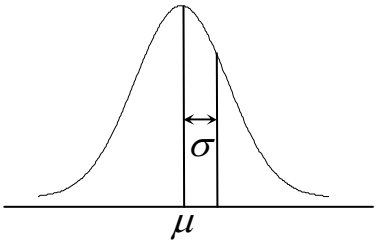
高三：眾數 > 中位數 > 算術平均數.

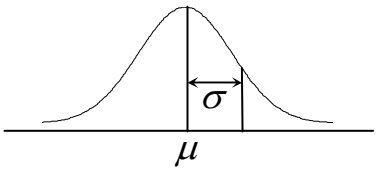
2 常態分布曲線

常態分布曲線都是單峰, 左右對稱的鐘形平滑曲線.

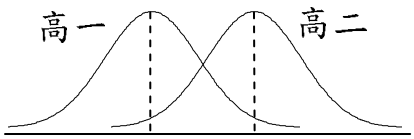
(1) 眾數, 中位數與算術平均數都相等.

(2) 算術平均數與標準差決定曲線的形狀.





1. 右圖是某高中的高一與高二身高分布曲線圖. 已知兩曲線的形狀相同, 請比較高一與高二身高中



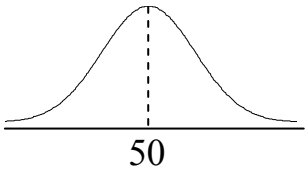
(1) 算術平均數的大小.

(2) 標準差的大小.

解: (1) 高一 < 高二.

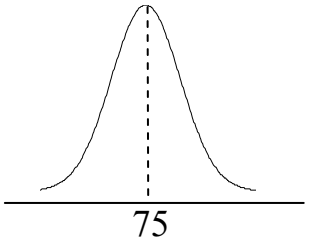
(2) 高一與高二的標準差相等.

2. 右圖是某次期中考數學成績分布曲線圖, 為鼓勵學生用功唸書, 決定調整分數. 若原始分數為 x, 調整後分數 $y=\frac{x}{2}+50$, 試描繪新成績分布曲線圖.



解: 新算術平均數 $\mu=75$,

新標準差為原來的 $\frac{1}{2}$, 得右圖之圖形.



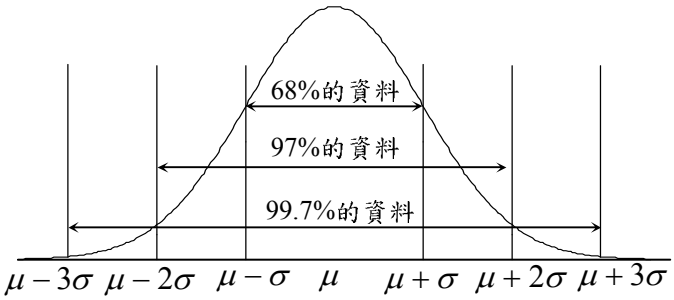
3 68-95-99.7 規律

1. 常態分配介於 μ 與 $\mu+k\sigma$ 之間的比例 p.

k	0.5	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0
p	0.1915	0.3413	0.4332	0.4772	0.4938	0.4987

2. 68-95-99.7 規則：

在任何常態分配當中, 大約有
(1) 68% 的數據落在距平均數一個標準差範圍內.
(2) 95% 的數據落在距平均數兩個標準差範圍內.
(1) 99.7% 的數據落在距平均數三個標準差範圍內.



1. 參加期末考試的學生有 1000 位, 已知全體數學成績平均為 65 分, 標準差為 15 分, 且成績呈常態分配, 則成績高於 80 分的大約有多少人？

2. 某校學生智商的算術平均數 $\mu=110$, 標準差 $\sigma=10$, 且呈常態分配, 試求：
(1) 智商超過 130 的比例.
(2) 智商在 90 到 130 區間的比例.

4 信賴區間與信心水準

針對某一特殊事件, 想藉由母群體中抽樣所得的樣本取推測母群體真正合乎要求的比例 p, 若抽取的樣本合乎要求的比例為 $\hat{p}$(估計值).

(1) 信賴區間：

[估計值－抽樣誤差 , 估計值+抽樣誤差].

(2) 95%信心水準：

重複抽樣多次, 每次都會得到一個信賴區間, 有 95%的信賴區間會涵蓋真正的 p 值.

(3) 95%信賴區間：

$$[\hat{p}-2\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}\,,\hat{p}+2\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}],\ \text{即}[\hat{p}-2\sigma\,,\hat{p}+2\sigma].$$

1. 某立法委員候選人說他的支持率為 60%, 是在 95%的信心水準及抽樣誤差為 4%的條件下完成的調查, 若他的言行可信, 是推估此次民調的樣本數.

2. 某城市想調查高中生近視的問題, 成功的訪問了 600 位同學, 發現有 360 人近視, 試問在 95%的信心水準下,
   (1) 抽樣誤差為 r% 時的 r 值.
   (2) 計算 95% 的信賴區間.