105 高二期中考試題(數學)

一、多選題：(每題 10 分)

1.坐標平面上有三條直線 L_1：$ax+y=1$ ，L_2：$x-by=1$，L_3：$x-2y=1$，請

問下列哪些選項的值，可讓此三條直線在平面上圍成一個三角形?

(1) $a=b=1$ (2) $a=b=-1$ (3) $a=1$，$b=-1$ (4) $a=-1$，$b=1$

(5) $a=b=-\frac{1}{2}$

2.滿足下列各選項中條件之動點 $P(x,y)$ 所成的圖形，哪些為一個圓?

(1) $P(x,y)$ 滿足方程式 $x^2+y^2-12x-6y-51=0$

(2) $P(x,y)$ 滿足方程式 $x^2+y^2+12x+6y+47=0$

(3) $P(x,y)$ 滿足方程式 $y=\sqrt{9-x^2}$

(4) 點 $A(-1,2)$，點 $B(1,-1)$ ，滿足 $\overline{PA}=\overline{PB}$ 的所有動點 P 所成的軌跡

(5) 點 $A(-1,2)$ ，滿足 $3\overline{PA}=2$ 的所有動點 P 所成的軌跡

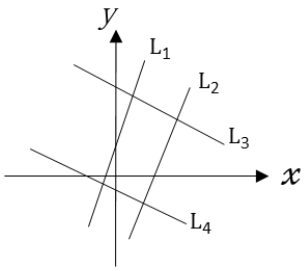
3.如圖，在坐標平面上有四條直線 L_1：$ax+y=c1$ ，

L_2：$ax+y=c2$，L_3：$x+by=c3$，L_4：$x+by=c4$，

已知 $L_1 \parallel L_2$，$L_3 \parallel L_4$，

請問下列哪些選項正確? (1) $a>0$ (2) $c1>c2$

(3) $c3>c4$ (4) $bc1<c3$ (5) $bc1<c4$



二、填充題：(每格 5 分)

1.已知平面上有 $A(-1,1)$、 $B(3,3)$兩點及直線 L：$x+2y=10$ ，若 C 點在

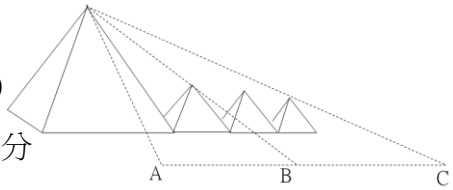
直線 L 上且 $\angle ACB=90^\circ$，試求 C 點坐標_____。

2.已知三角形 ABC 的垂心恰好為原點 $(0,0)$，且 $A(4,3)$、$B(4,-5)$，試求三角形 ABC 的面積。

3.設直線 L：$\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1$ 通過$(3,4)$，且在第四象限與兩軸圍成的三角形面積為 1，試求數對 (a,b)=_____。

4.對數學充滿狂熱的小綠去埃及旅遊，在卡納克神廟看到一座小小的方尖碑立在一個基座上，她發現方尖碑的頂部到地面的距離，約為基座高度的 5 倍。且她從地面 A 點量方尖碑仰角為 60°，往方尖碑的方向前進 1 公尺到 B 點，再測得基座頂部的仰角為 30°，試求方尖碑的高（方尖碑頂部到地面的距離）為_____公尺。

5.小綠看到吉薩金字塔群的孟卡拉金字塔，她想知道金字塔的高度，於是在一直線上，從 A 點移動 200 公尺到 B 點，再移到 200 公尺到 C 點，在此三點分別測量到孟卡拉金字塔頂的仰角分別為 α、β、γ ，且 $tan\ \alpha = \frac{1}{3}$，$tan\ \beta = \frac{1}{6}$，$tan\ \gamma = \frac{1}{9}$。請妳也利用小綠的測量結果，推算孟卡拉金字塔的高約為_____公尺。



6.已知半徑為 $\sqrt{10}$ 的圓 $x^2+y^2+dx+ey+f=0$ ，圓心在直線 $a-y=0$ 上，

且(2 , 4)在圓上，試求 $d+e+f=$_____。

7.坐標平面上有一定點 A 及一動點 P ，滿足 $\overline{PO}=2\overline{PA}$ ，其中 O 為圓點 (0 , 0) ，已知 P 的軌跡方程式為 $(x-4)^2+y^2=k$ ，試求：(1) $k=$_____。 (2) A 點坐標_____。

8.有一圓 C：$(x-5)^2+(y-3)^2=20$ ，及一條直線 L：$y=mx-3m-3$

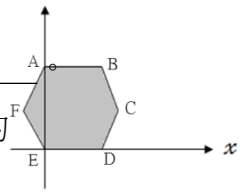
(1) 若直線 L 與圓 C 有交點，試求 m 的範圍_____。

(2) 當直線 L 與圓 C 相切時，切點為 P 或 Q (有兩個可能)，試求三角形 APQ 的外接圓方程式_____。

9.如圖，邊長為 2 的正六邊形 $ABCDEF$ 的邊界及內部為可行解區域，其中 D 點在 x 軸上， E 點為原點，試問：

(1) 若目標函數 $kx-y$ 在 C 點有最大值， k 的範圍_____

(2) 目標函數 $kx-y$ 在 C 點有最大值為 $20\sqrt{3}$ ，則 $kx-y$ 的最小值為_____。



三、計算題：(共 10 分)

1.黑心集團生產銷售油品，不但從越南進口飼料油，也從民間收購餿水油，再混合豬油製成黑心油銷售給無辜百姓。若飼料油與豬油混合比 1：1 製成的 A 黑心油每噸可獲利 8.5 萬元，餿水油與豬油混合比 2：1 製成的 B 黑心油每噸可獲利 10 萬元，已知檢調搜查後發現，黑心集團近年內共進了 800 公噸的飼料油和 1200 公噸的餿水油，以及 1000 公噸的豬油，請問此集團最多可賺到多少黑心錢?

一、多選題：1. (2)　2. (1)(5)　3.(2)(3)(4)

二、填充題：1. (2 , 4)　2. 30　3.(1 , −2)　4. 4.3　5. $\frac{200}{3}$　6. −12或 20

7.(1) 4　(2) (3 , 0)　8. (1) $m \geq \frac{1}{2}$ 或 $m \leq -2$　(2) $(x-4)^2+$