105 高二第一次定期考試題(自)

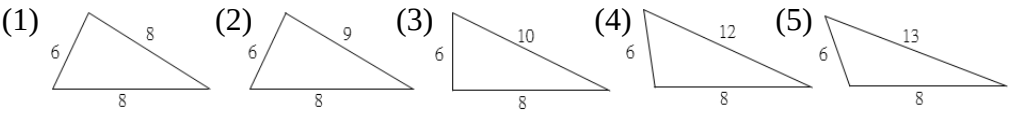
一、單選題：(每題 5 分，共 20 分)

1.求$\sin 30^\circ \times \cos 45^\circ \times \tan 60^\circ$之值為 (1) $\frac{\sqrt{2}}{4}$ (2) $\frac{\sqrt{6}}{4}$ (3) $\frac{\sqrt{3}}{4}$ (4) $\frac{3\sqrt{2}}{4}$ (5) $\frac{\sqrt{6}}{12}$

2.已知極坐標系中有兩點 A、B，其極坐標分別為 $A[30, 4^\circ]$、$B[50, 124^\circ]$。若 O 為極座標原點(極點)，求 $\triangle ABC$ 的面積為

(1) 70 (2) 750 (3) 375 (4) $375\sqrt{3}$ (5) $375\sqrt{2}$

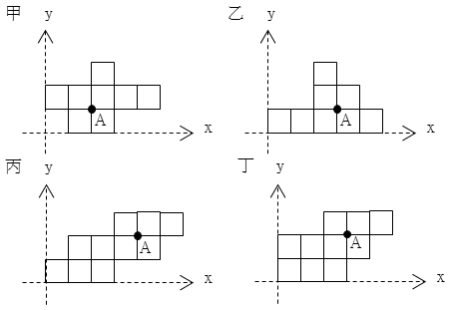
3.在下列三角形中，選出面積最小的三角形(圖形僅供參考，三角形邊長依圖文說明)：



4.右列各圖均是由一些 1×1 的正方形所組成，若在各圖中畫一條通過 A 點的直線使分割的兩邊面積相等，則在哪一個圖中的直線，其斜率最大?

(1) 甲 (2) 乙 (3) 丙 (4) 丁

(5) 甲、乙、丙、丁四圖所作之直線，斜率皆相同



二、多選題：(每題 8 分，共32 分，答錯一個選項得 6 分，答錯二個選項得 3 分，答錯三個以上選項不給分)

5.在下列各選項中，選出可以化簡為「有理數」的選項： (1) $\sqrt{2}$ 的小數部分 (2) $\cos 30^\circ$ (3) $\tan 405^\circ$ (4) $\frac{\sin 15^\circ}{\cos 15^\circ} + \frac{\cos 15^\circ}{\sin 15^\circ}$ (5) $8\sin^3 20^\circ - 6\sin 20^\circ$。

6.關於直線 $L: 3x - 4y = 10$ 的敘述，選出正確的選項：

(1) 直線 L 圖形不通過第二象限 (2) 直線 L 與坐標平面之兩軸所圍三角形的面積為 12 (3) 直線 L 的斜率為 $\frac{3}{4}$ (4) 直線 $y = -\frac{4}{3}x + 10$ 與直線 L 互相垂直 (5) 若 m 為任意實數，則直線$(3+2m)x + (2m-4)y = 2m + 10$ 必恆通過點$(2, -1)$。

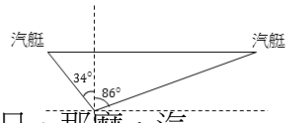
7.已知 a、b 均為實數，當$ab > 0$ 時，我們稱a、b同號。若角度 θ 滿足 $90^\circ < \theta < 135^\circ$，請選出正確的選項：(1) $\sin\theta$和$\sin 2\theta$同號 (2) $\cos\theta$和$\cos 2\theta$同號 (3) $\tan\theta$和$\tan 2\theta$同號 (4) $\sin\theta$和$\sin^2\theta$ (5) $\cos 2\theta$和$\cos 3\theta$同號。

8.如右圖，在半徑為1的圓上取定點$A(-1, 0)$，θ 角之終邊與此圓交於 P 點，P 在 x 軸之投影點為 H，過 A 點做切線交直線 $\overleftrightarrow{OP}$ 於 Q 點。在下列各相關敘述中， 選出正確的選項： (1) $\overline{PH} =$ (2) $\cos\theta = \overline{OH}$ (3) $\tan\theta = \overline{AQ}$ (4) $\cos(180^\circ + \theta) = \overline{OH}$ (5) $\cos(90^\circ - \theta) = \overline{PH}$。

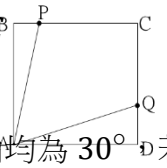
三、填充題：(每題 8 分，共 48 分)

A.已知銳角 θ 的正切值 $\tan\theta = 2$，求 $\dfrac{3\sin\theta+\cos\theta}{\cos\theta-5\sin\theta}$ 的值為_____。

B.如右圖，一汽艇在湖上沿著直線前進，有人用儀器在岸上先測得汽艇在正前方偏左 34°，距離 30 公尺。五分鐘以後，於原地再測一次，得汽艇在正前方偏右 86°，距離 50 公尺。那麼，汽艇在這五分鐘內之平均速度為每分鐘前進_____公尺。



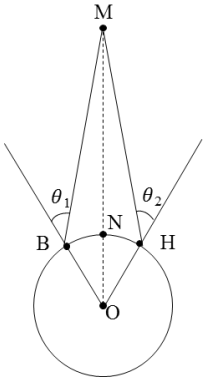
C.如右圖，在正方形 $ABCD$ 中，P、Q 兩點分別位於 BC 與 CD 邊上，且 $\overline{BP}:\overline{PC}=1:3$、$\overline{CD}:\overline{QD}=3:2$，求 $\tan\angle PAQ$ 之值為__。



D.已知從同在一地平面上 A、B、C 三點，測得空中同一氣球的仰角均為 30°，若 $\overline{BP}=2400$ 公尺、$\angle ABC=110°$、$\angle ACB=40°$，則氣球 O 距離 A、B、C 三點所在地平面的高度為_____公尺。

E.在四邊形 $ABCD$ 中，$\overline{AB}=1$、$\overline{BC}=5$、$\overline{CD}=5$、$\overline{DA}=7$，且 $\angle DAB+\angle BCD=180°$，則對角線 $\overline{AB}$ 長為_____。

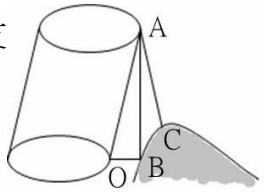
F.如右圖，柏林(B)與好望角(H)在地球的同一條經線上，該經線可視為半徑 6300 公里之圓。當月球移動到此經線上方時，在這兩地測得月球之天頂距離時，$\angle\theta_1$ 與 $\angle\theta_2$ 幾乎同為 42.84°。利用緯度差測得 $\angle BOH = 84.38°$，請計算此時地球與月球之最短距離($\overline{MN}$ 長)為_____萬公里。(利用附表之三角形函數值，將此距離四捨五分至萬公里)



θ	0.65°	42.19°	42.84°	84.38°
$\sin\theta$	0.0113	0.6716	0.6800	0.9952
$\cos\theta$	0.9999	0.7401	0.7333	0.0979

四、加分題：(共 5 分)

G.一圓形古塔逐漸傾斜，為避免倒塌，加裝二鋼樑 $\overline{AB}$、$\overline{AC}$ 支撐，其中 $\overline{AB}$ 立於地上，$\overline{AC}$ 立於旁邊之土丘上，參考示意圖。已知 $\overline{AB}\perp\overline{OB}$ 且 $\angle AOB=82.5°$，$\angle ABC=37.5°$，若 $\overline{AC}=40$ 公尺，求 $\overline{OA}=$_____。



一、單選題：1. (2)　2. (4)　3. (5)　4. (1)

二、多選題：5. (3)(4)　6. (1)(3)(4)(5)　7.(2)(4)　8. (1)(4)(5)

三、填充題：A. $-\frac{7}{9}$　B. 14　C. $\frac{18}{13}$　D. $800\sqrt{3}$　E. $4\sqrt{2}$　F. 37

四、加分題：G.160 ($\sqrt{2}-1$)